

SZAKASZVIZSGA

9. ÉVFOLYAM

HALMAZOK

1. Az A halmaz elemei a legalább -3 , de 4 -nél kisebb egész számok.
 - a, Sorolja fel az A halmaz elemeit!
 - b, Adj meg az A halmaz minden olyan részhalmazát, amelynek csak pozitív számok az elemei!
 - c, Adj meg az A halmaz minden olyan részhalmazát, amelynek minden eleme páros szám, de a 2 -t nem tartalmazza!
2. Adott két halmaz:
 $A = \{\text{az egyjegyű prímszámok}\}$
 $B = \{15 - \text{nél kisebb páratlan természetes számok}\}$
Sorolja fel az alábbi halmazok elemeit!
 - a, $A \cap B$
 - b, $A \setminus B$
 - c, $B \setminus A$
3. Két halmazról, A -ról és B -ről tudjuk, hogy $A \cup B = \{3; 5; 7; 10; 11; 18; 23\}$,
 $A \cap B = \{7; 23\}$, $A \setminus B = \{3; 11\}$
Adj meg elemeik felsorolásával az A és B halmazokat!
4. Adott két intervallum: $A = [-2; 6]$ és $B = [-5; 4]$. Adj meg és ábrázolja számegyenesen a következő intervallumokat!
 - a, $A \cap B$
 - b, $A \cup B$
 - c, $A \setminus B$
 - d, $B \setminus A$
5. Egy osztályban mindenki sportol: 16 -an atletizálnak, 24 -en valamilyen labdajátékot űznek, az utóbbiak fele nem atletizál.
 - a, Hányan vannak azok, akik mindkét sportágban aktívak?
 - b, Hányan vannak a csak atletizálók?
 - c, Hányan járnak az osztályba?
6. Egy iskola 125 tanulója közül angolul 98 -an, németül 59 -en, olaszul 32 -en tanulnak. Angolt és németet is 38 , angolt és olaszt is 26 , németet és olaszt is 5 tanuló, mindhárom nyelvet 3 tanuló tanulja.
 - a, A 125 tanuló közül hány tanuló tanul csak angolul, csak németül, illetve csak olaszul?
 - b, Hány tanuló nem tanul egyetlen nyelvet sem a 3 nyelvből?
 - c, Hányan tanulnak legalább 2 nyelvet?
 - d, Hányan tanulnak legfeljebb 2 nyelvet?
7. Írja fel az $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ halmaz összes kételemű részhalmazát!

GEOMETRIA I.

8. Egy háromszög két oldala $3,5$ cm és $2,3$ cm. Mekkora lehet a harmadik oldala?
9. Egy háromszög belső szögeinek aránya $5:7:12$. Határozza meg a háromszög belső és külső szögeit?

10. Egy egyenlő szárú háromszög egyik belső szöge 100° . Határozza meg a háromszög belső szögeit!
11. Döntse le, hogy a következő állítások közül melyik lehetetlen, melyik lehetséges, melyik biztosan igaz!
 - a, A háromszög súlyvonala felezi a háromszög egyik oldalát.
 - b, a háromszög belső szögfelezőinek metszéspontja a háromszög egyik oldalára esik.
 - c, A háromszög egyik oldalához tartozó magasságvonala felezi az oldalt.
 - d, a háromszög köré írt kör középpontja az oldalfelező merőlegesek metszéspontja.
12. Egy derékszögű háromszög befogói 28 cm és 45 cm hosszúak. Mekkora a háromszög köré írt körének sugara?
13. Egy egyenlő szárú háromszög szárai 58 cm hosszúak, az alapja 80 cm hosszú. Mekkora az alaphoz tartozó magasság?
14. Egy paralelogramma egyik szöge egy másik szögének négyszerese. Mekkora a paralelogramma szögei?
15. Egy rombusz alakú papírsárkány átlóiba merevítőrudakat teszünk, amelyeknek a hossza 80 cm és 120 cm. Mekkora a papírsárkány oldala?
16. Egy általános trapéz rövidebbik alapja 16 cm, a trapéz magassága 9 cm, szárai 15 cm és 20 cm hosszúak. Mekkora a trapéz területe?
17. Egy szimmetrikus trapéz párhuzamos oldalai 8 m és 18 m, szára 7 m. Mekkora a trapéz magassága?
18. Egy paralelogramma két szögének aránya 3 : 5. Mekkora a paralelogramma szögei?
19. Hány átlója van egy 12 oldalú konvex sokszögnek? Határozza meg a belső szögek összegét is!
20. Egy szabályos sokszög egy külső szöge 15° . Hány csúcsa van a sokszögnek?
21. Mekkora egy szabályos nyolcszög egy belső szögének nagysága?

ALAPMŰVELETEK, HATVÁNYOZÁS, NORMÁL ALAK

22. Írja fel két egész szám hányadosaként a $4 - \frac{3}{7}$ reciprokának értékét!
23. Az $a = \frac{1}{5}$ és $b = -\frac{3}{4}$ esetén számoljuk ki K értékét, ha

$$K = \frac{2a - b}{a + 2b}$$
24. Hányan laknak egy városban, ha egy fesztiválra a lakosság 18%-a, azaz 12960 ember ment el?
25. Egy 3600 Ft-os termék árát tavasszal 15%-kal felemelték, majd nyáron további 20%-kal növelték. Mennyiért vehetjük meg így ősszel?
26. Egy sportfelszerelés árát a nyári akció keretében 12000 Ft-ról 9500 Ft-ra csökkentették. Hány %-os volt az árengedmény? Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg?
27. Egy cég vásárolt egy autót. Az autó az első évben 10%-ot, a következő évben 8%-ot veszített az értékéből, így most 3 847 500 Ft-ot ér. Mennyibe került eredetileg, azaz két évvel ezelőtt az autó?

28. Végezzük el a következő műveleteket!

$$\frac{(a^4)^5}{a^3 \cdot a^2} =$$

29. Írja fel a és b egész kitevőjű hatványának szorzataként a következő kifejezést!

$$\frac{(a^{-3} \cdot b^2)^{-4}}{a^{-5} \cdot b^6} =$$

30. Írja fel a következő hatványokat úgy, hogy ne szerepeljen bennük negatív kitevő!

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-4} =$$

31. Legyen $A = 4,5 \cdot 10^{107}$ és $B = 2,5 \cdot 10^{-238}$. Adja meg az $A \cdot B$ és az $\frac{A}{B}$ kifejezések normál alakját!

32. Végezze el a következő műveletet! A végeredményt normál alakban adja meg!

$$4,8 \cdot 10^{-23} \cdot 5,5 \cdot 10^{28}$$

ALGEBRAI KIFEJEZÉSEK

33. Alakítsa szorzattá a következő kifejezést!

$$5x^2y^3 - 15xy^5$$

34. Egyszerűsítse a következő algebrai törtet!

$$\frac{x-3}{x^2-3x}$$

35. Az x és y tetszőleges valós számokat jelölnek. Adja meg annak az egyenlőségnek a betűjelét, amely biztosan igaz (azonosság)!

$$a, (x-y)^2 = x^2 - y^2$$

$$b, (x-y)^2 = x^2 - xy + y^2$$

$$c, (x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$d, (x-y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

36. Alakítsa szorzattá a következő kifejezéseket! (x valós szám)

$$a) 4x^2 - 1$$

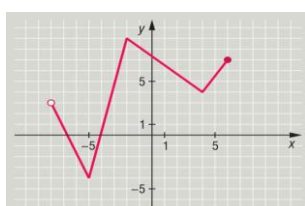
$$b) 4x^2 + 36x + 81$$

37. Egyszerűsítse a következő algebrai törtet!

$$\frac{a^2 - 10a + 25}{a^2 - 25}$$

FÜGGVÉNYEK

38. Határozza meg az alábbi grafikonjával megadott függvény értelmezési tartományát, értékkészletét!



39. Ábrázolja koordináta-rendszerben azokat az $(x;y)$ pontokat, amelyek koordinátáira igaz a következő egyenlet!

$$y = \frac{1}{2}x + 3$$

40. Adja meg a következő, a valós számok halmazán értelmezett függvény zérushelyét!

$$x \rightarrow -5x + 4$$

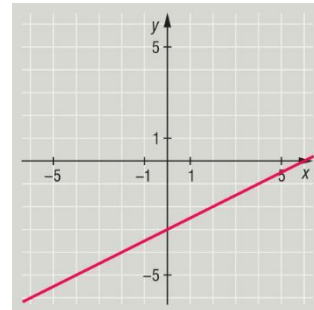
41. Válassza ki, melyik az ábrán látható egyenes egyenlete!

A) $y = -2x - 3$

B) $y = -\frac{1}{2}x - 3$

C) $y = \frac{1}{2}x - 3$

D) $y = 2x - 3$



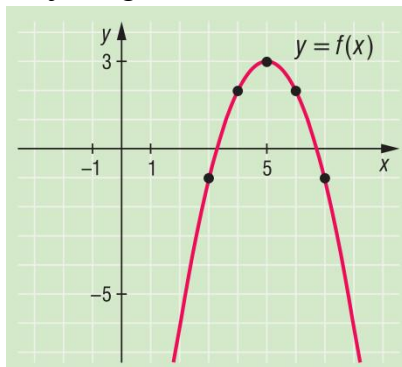
42. Adott $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (x + 3)^2 - 4$ függvény.

a) Fogalmazza meg, hogy az f függvény milyen transzformációkkal származtatható a $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^2$ függvény grafikonjából!

b) Ábrázolja az f függvényt a $]-5; 1]$ intervallumon!

c) Adja meg az f függvény zérushelyeit!

43. Adja meg a következő másodfokú függvények hozzárendelési utasítását!



44. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -(x - 2)^2 + 3$ függvény.

a) Állapítsa meg a függvény maximumhelyét és maximumának értékét!

b) Ábrázolja a függvényt!

c) Adja meg a függvény monotonitási intervallumait az intervallumhoz tartozó monotonitással együtt!

STATISZTIKA

45. Határozza meg a következő adatsor terjedelmét, minimumát, maximumát!

5, 8, 2, 5, 1, 7, 2, 5, 1, 4, 9, 11, 6, 4, 8, 2, 3

46. Egy munkahelyen a diákmunkások életkorát vizsgálták. Sorban megkérdezték az ott dolgozó diákokat a korukról. A betöltött életkorra vonatkozóan a következő válaszok születtek:

18, 17, 15, 18, 18, 17, 20, 21, 19, 23, 16, 17, 21, 22, 16, 19, 15, 20, 21, 21, 16, 17, 18, 19, 18.

a) Készítse el az életkorok gyakorisági táblázatát!

b) Adja meg az életkorok kreatív gyakoriságát!

47. Márk informatikajegyei a következők:

3, 4, 1, 4, 4, 3, 5, 5, 5, 2, 4, 4, 5, 2.

Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis a felsorolt osztályzatokra!

a) Az osztályzatok módusza 4.

b) Az osztályzatok mediánja 5.

c) Az osztályzatok átlaga 3,8.

48. Hat szám számtani közepe 4,5, a számok közül ismerünk ötöt: 2, 5, 3, 7, 0. Mekkora a hatodik szám?

49. Határozza meg a következő adatsor szórását: 2, 3, 7, 9, 12!

50. Egy pólókat is forgalmazó üzletben az egyik hónapban összegezték, hogy fekete pólóból méret szerint hány darabot adtak el. Az eladott mennyiségekről kördiagramot készítettek.



a) Határozza meg a hiányzó adatokat, és töltsse ki a táblázatot!

b) Ha ugyanekkora havi összforgalom esetén mindegyik méretből ugyanannyit adtak volna el, akkor méretenként hány darab pólót adtak volna el?

c) Határozza meg az eladott pólók méretének móduszát!

51. Egy 32 fős osztályban felmérést végeztek arról, hogy az osztályba járó tanulók családjában hány gyerek van (testvérek nem járnak az osztályba). Azt tapasztalták, hogy ez a szám családonként legfeljebb 6. A kapott eredményeket a mellékelt táblázatba foglalták:

A gyerekek száma családonként	1	2	3	4	5	6
A válaszadók száma	6	15	9	1	0	1

Számolja ki, hogy az adott osztályba járó gyerekek családjában

a) átlagosan mennyi a gyerekek száma

b) mennyi a gyerekek számának módusza, mediánja

c) mennyi a gyerekek számának szórása!

GEOMETRIA II.

52. Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis!

a) Nincs középpontosan szimmetrikus háromszög.

b) A négyzetek nincs szimmetria-középpontja.

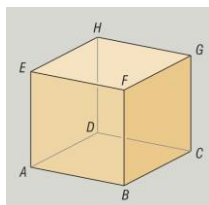
c) Van olyan trapéz, amelyik középpontosan szimmetrikus.

d) A szabályos ötszög középpontosan szimmetrikus.

53. Milyen hosszú az a húr, amely egy 13 cm sugarú körben a középponttól 50 mm távolságban van?
54. Egy körben a 96 m hosszú húr 55 m-re van a kör középpontjától. Mekkora a kör átmérője?
55. Egy 26 cm átmérőjű kör középpontjától 85 cm távolságra lévő pontból érintőt húzunk a körhöz. Milyen hosszú ez az érintőszakasz?
56. Mekkora a 8 cm sugarú körben a 75° -os középponti szöghöz tartozó ív hossza?
57. Számolja ki a 65° -os középponti szöghöz tartozó körcikk területét, ha a kör sugara 3,8 cm!
58. Mekkora középponti szög nyugszik azon a köríven, amelynek hossza a kör kerületének $\frac{5}{8}$ -a?
59. Egy 12 cm sugarú körben egy körív hossza 18 cm. Mekkora középponti szög tartozik a körívhez?
60. Mekkora a belső szögei annak a szabályos sokszögnek, amelyben a belső szögek összege 1440° ?

VEKTOROK

61. Az ABC háromszög két oldalvektora $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ és $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Fejezze ki ezek segítségével a $\overrightarrow{BC}$ vektort!
62. Egy ABCD paralelogramma két oldalának vektora $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ és $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Fejezze ki ezek segítségével az $\overrightarrow{AC}$ és $\overrightarrow{BD}$ vektorokat!
63. Egy ABCD négyzet átlóinak metszéspontja K. A négyzet két oldalvektora $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ és $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$. Fejezze ki $\vec{b}$ és $\vec{d}$ segítségével a $\overrightarrow{KA}$ és $\overrightarrow{KB}$ vektorokat!
64. Az ábrán látható kocka élvektorai: $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AE} = \vec{c}$.
- a) Adj meg ezekkel a vektorokkal kifejezve a következő vektorokat:
 $\overrightarrow{HD}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{AG}$!
- b) Írja fel az ábrából kiolvasható összes olyan vektort, amely egyenlő a következő vektorokkal: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AF}$!
- c, Írja fel az ábrából kiolvasható összes olyan vektort, amely ellentétes a következő vektorokkal!



EGYENLETEK, EGYENLŐTLENSÉGEK, EGYENLETRENDSZEREK

65. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!
- $$5(x - 5) - 2(3x - 4) = 13 - 2x$$
66. Oldja meg az alábbi egyenletet az egész számok halmazán!

$$\frac{2x - 3}{5} + \frac{x + 2}{2} = x + \frac{1}{2}$$

67. Oldja meg az alábbi egyenletet a természetes számok halmazán!

$$\frac{5x-2}{4} - \frac{2x+3}{3} = -2$$

68. Oldja meg az alábbi egyenletet a racionális számok halmazán!

$$(x-4)^2 - x^2 = 10$$

69. Oldja meg az alábbi egyenletet az egész számok halmazán!

$$(x+3)^2 - (x-2)^2 = 10x+5$$

70. Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a pozitív valós számok halmazán!

$$2-4(3x-4) \geq 2(5-2x)-4$$

71. Melyek azok az egész számok, amelyek kielégítik mindkét egyenlőtlenséget?

$$8 - \frac{2x}{3} > x + 2 \text{ és } 6x + 4 \geq -4x + 24$$

72. Oldja meg a következő egyenletrendszert, ahol x, y egész számok!

$$5x + 3y = 9$$

$$4x - 2y = 16$$

73. Oldja meg az egész számok halmazán a következő egyenletrendszert!

$$2x + 3y = -3$$

$$4x - 2y = 6$$

74. 15 dkg málna 108 forintba kerül. Ugyanebből a málnából hány kilogrammot vehetnénk 5400 forintért?

75. Egy üdítőitalokat előállító gyárban 8 egyforma gép 12 nap alatt gyártaná le a megrendelt mennyiségű üdítőt. Ha 2 géppel kevesebb dolgozna, hány nap alatt gyártaná le a többi gép ugyanezt a mennyiségű üdítőt?

76. Kati a szüleitől kapott 12 000 Ft-ot, amit ruhára, mozira és fagyira költött. Ezek aránya az összesen belül 8:5:3. Mennyit költött Kati mozira?

77. Egy családban az apa 3 évvel idősebb az anyánál, aki 3-szor idősebb a fiatalabb gyermekénél, aki viszont 5 évvel fiatalabb a testvérénél. Négyen együtt 128 évesek. Hány évesek külön - külön?

78. 11 ceruza annyiba kerül, mint 7 füzet, 7 ceruza ára pedig 720 Ft-tal kevesebb, mint 11 füzet ára. Mennyibe kerül 5 ceruza és 9 füzet összesen?

79. Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 15. Ha a számot és a számjegyek felcserélésével kapott, az eredetinel kisebb számot összeszorozzuk, szorzatul 6786-ot kapunk. Melyik volt az eredeti kétjegyű szám?

80. Egy üzletben háromféle palackozott ecet van a polcon: 12 db 10%-os, 8 db 15%-os és 5 db 20%-os. Mindegyiket azonos csomagolásban, 1 literes kiszerelésben árusítják. Hány százalékos ecetet kapnánk, ha a polcon levő összes ecetet összeöntenénk?